Kombinační automaty (logické obvody)

Název školy: SPŠ Ústí nad Labem, středisko Resslova
Autor: Ing. Pavel Votrubec
Název: VY_32_INOVACE_01_CIT_10_Algebraicka_minimalizace
Téma: Algebraická minimalizace logických výrazů
Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.10.1036

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Proč „minimalizace log. výrazu“?

- Menší logický výraz
- Menší počet logických obvodů
- Méně integrovaných obvodů
- Větší spolehlivost při praktickém využívání
- Levnější výroba
- Delší doba bez poruch
- Jednodušší servis

Jaké existují minimalizace?

- Algebraická
- Quin McCluskey (mřížková metoda)
- Pomocí Karnaughových map
- Pomocí Svobodových map

Algebraická minimalizace

- Hledáme dvojice (čtveřice, osmice,…) mintermů
- Příklad dvojic:
- $(\bar{C} + C)$
- $(AB + \bar{A}B + A\bar{B} + \bar{A}\bar{B})$
- $(ABC + \bar{A}BC + A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C + AB\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\bar{C})$
- ….

Pokud je najdeme, máme vyhráno

Většinou spíš najdeme jen dvojici.

$$AB + A\bar{B} = A(B + \bar{B})$$

A z Booleovských zákonů víme že dvojice $(B + \bar{B})$ $se\ rovn$á I.

To platí i pro ostatní „dvojice“.

Příklad č.1:

Zadání příkladu: f(0,2,3)

Řešení:

i	a	b	f
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	1

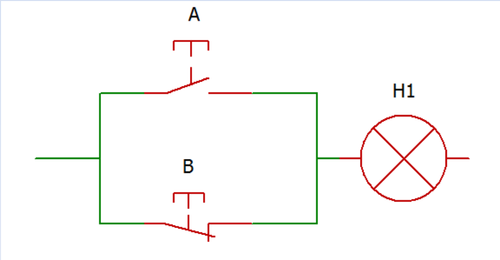
$$f = \bar{a}\bar{b} + a\bar{b} + ab$$

Můžeme zde dohledat dvě dvojice. Nezapomeňte, že minterm můžeme použít vícekrát. Musíme vždy použít všechny mintermy.

$$f = \bar{b}(\bar{a} + a) + a(\bar{b} + b)$$

Po vyškrtnutí vytknutých závorek dostaneme výsledek algebraické minimalizace:

$$f = a + \bar{b}$$



Příklad č.2:

Zadání: f(0,1,2,3,5,6)

i	a	b	c	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c}$$

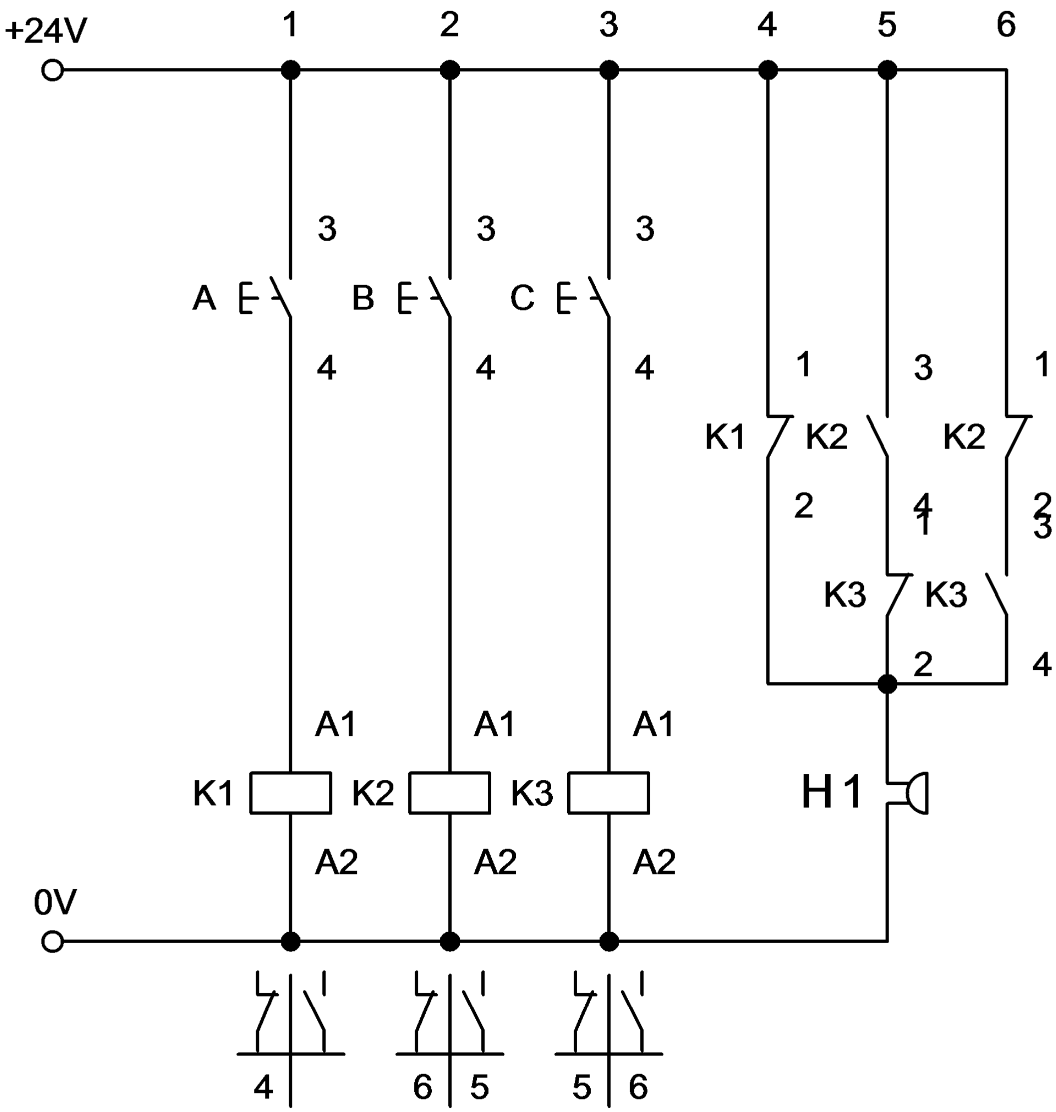
Můžeme zde dohledat jednu čtveřici a dvě dvojice.
Nezapomeňte, že minterm můžeme použít vícekrát.
A musíme vždy použít všechny mintermy.

$$f = \bar{a}\left(\bar{b}\bar{c} + \bar{b}c + bc + b\bar{c}\right) + b\bar{c}(a + \bar{a}) + \bar{b}c(a + \bar{a})$$

Po vyškrtnutí vytknutých závorek dostaneme výsledek algebraické minimalizace:

$$f = \bar{a} + b\bar{c} + \bar{b}c$$

Schéma příkladu č.2



Number	Description
3	Pushbutton (make)
3	Relay
1	Electrical connection 24V
1	Electrical connection 0V
3	Break switch
2	Make switch
1	Buzzer

Designation	Description
A	Pushbutton (make)
B	Pushbutton (make)
C	Pushbutton (make)
K1	Relay
K2	Relay
K3	Relay
	Electrical connection 24V
	Electrical connection 0V
K1	Break switch
K2	Make switch
K3	Break switch
K2	Break switch
K3	Make switch
H1	Buzzer

i	a	b	c	d	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

Příklad č.3:

Zadání: f(0,1,2,3,6,7,8,9,12,13,14,15)

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c}\,\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\,d + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}bc\bar{d} + \bar{a}bcd + a\bar{b}\bar{c}\,\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}\,d + ab\bar{c}\,\bar{d} + ab\bar{c}\,d + abc\bar{d} + abcd$$

Můžeme zde dohledat tři čtveřice. Je to schválně jednodušší příklad. ☺

$$f = \bar{a}\bar{b}\left(\bar{c}\,\bar{d} + \bar{c}\,d + c\bar{d} + cd\right) + bc\left(\bar{a}\bar{d} + \bar{a}d + a\bar{d} + ad\right) + a\bar{c}\,(\bar{b}\bar{d} + \bar{b}d + b\bar{d} + bd)$$

Po vyškrtnutí vytknutých závorek dostaneme výsledek této algebraické minimalizace:

$$f = \bar{a}\bar{b} + bc + a\bar{c}$$

Příklady na procvičování:

4. f(2,3,5,6) $[f = b\bar{c} + \bar{a}b + a\bar{b}c]$

5. f(0,4,5,6,7,8,10,11,12,14,15) $[\mathrm{f} = \bar{c}\bar{d} + \bar{a}b + ac]$

6. f(2,5,6,8,10,12,13,14) $[f = a\bar{d} + c\bar{d} + b\bar{c}d]$