

# Kombinační automaty (logické obvody)

Název školy: SPŠ Ústí nad Labem, středisko Resslerova

Autor: Ing. Pavel Votrubec

Název: VY\_32\_INOVACE\_01\_CIT\_15\_Karnaughova\_minimalizace

Téma: Minimalizace pomocí karnaughových map

Číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.10.1036



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdelávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# Karnaughova mapa

Je to popis logického výrazu pomocí grafického rozložení jedniček a nul.

Karnaughova mapa pro dvě proměnné

0	1
1	1

i	A	B	f
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	1

$$f = \bar{a}b + a\bar{b} + ab$$

$$f(1,2,3)$$

# Karnaughova mapa

Pro tři proměnné

	B		A	
C	1		1	1
C	1	1		

	B		A	
C	0	2	6	4
C	1	3	7	5

i	a	b	c	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

$$f = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + abc$$

$$f(0,1,3,4,6)$$

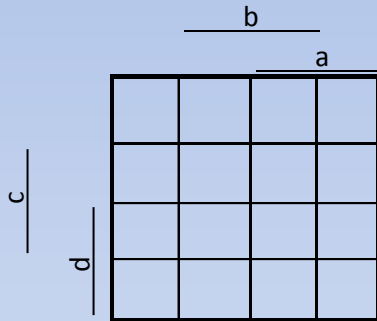
I Karnaughova mapa má své indexy:

Odvozují se od kódu použitého v pravdivostní tabulce.

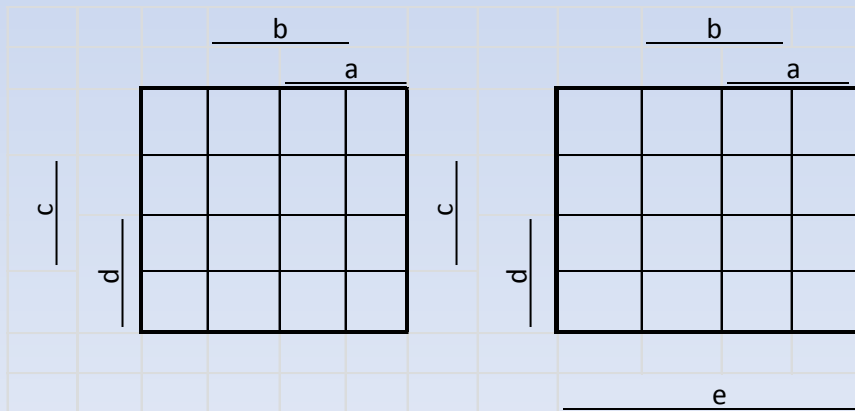
V našem případě DUAL kódu pro tři proměnné.

# Karnaughova mapa

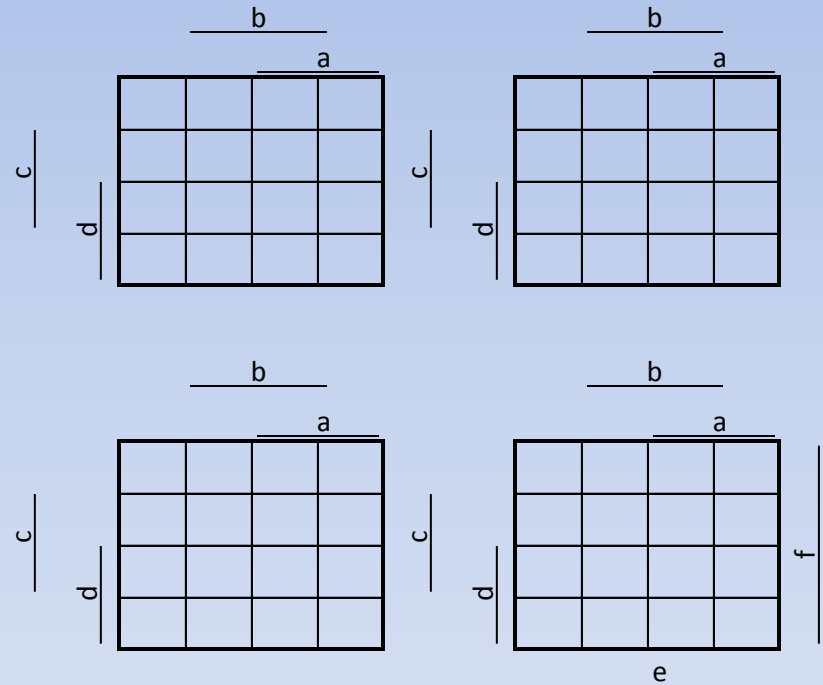
Pro čtyři proměnné:



Pro pět proměnných:



Pro šest proměnných:



# Karnaughova mapa

Pro čtyři proměnné:

	b				
		a			
c	d	0	4	12	8
		2	6	14	10
		3	7	15	11
		1	5	13	9

Indexování KM

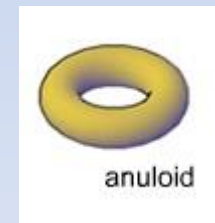
	b				
		a			
c	d	0	0	0	0
		0	0	1	1
		0	0	0	0
		1	1	0	0

Mintermy KM

i	A	B	C	D	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

# Pravidla Karnaughovy minimalizace

- Vytvoříme vhodnou mapu (pro 2,3,4,5 nebo 6 proměnných)
- Zapišeme všechny mintermy
- Pokud jsou, zapišeme všechny X, X představuje jak „1“ tak „0“, podle toho, co se nám zrovna hodí víc
- Tvoříme smyčky kolem „dvojic mintermů“. Dvojice tvoří buď dvě jedničky nebo 4, nebo 8 jedniček. Jedničky mohou být jen vedle sebe nebo pod sebou
- Smyčky se snažíme dělat co největší (čím větší tím lepší)
- Smyček se snažíme dělat co nejmenší nutný počet (čím menší počet smyček, tím správnější výsledek)
- Každý minterm musí být ve smyčce !!!
- Protilehlé strany spolu souvisejí (Tvar anuloid)
- Každá proměnná ve smyčce pod obojím, vypadává



# Příklad na procvičení

$$f = (0,2,4,6,8,9,11,14,15)$$

Pro čtyři proměnné:

A teď zapsat mintermy do KM

	b		a	
c	0	4	12	8
d	2	6	14	10
	3	7	15	11
	1	5	13	9

	b		a	
c	1	1	0	1
d	1	1	1	0
	0	0	1	1
	0	0	0	1

Index KM pro čtyři proměnné

Minimalizace:

- 4 smyčky
- $f = \bar{a}\bar{d} + \bar{b}\bar{c}\bar{d} + abc + a\bar{b}d$

i	A	B	C	D	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

# Příklady na procvičování:

1.  $f(2,3,5,6)$   $[f = b\bar{c} + \bar{a}b + a\bar{b}c]$

2.  $f(0,4,5,6,7,8,10,11,12,14,15)$   $[f = \bar{c}\bar{d} + \bar{a}b + ac]$

3.  $f(2,5,6,8,10,12,13,14)$   $[f = a\bar{d} + c\bar{d} + b\bar{c}d]$



# Příklad č.1 na procvičení

- $f(2,3,5,6)$
- $f = b\bar{c} + \bar{a}b + a\bar{b}c$

		B		
		A		
	0	2	6	4
c	1	3	7	5

		B		
		A		
	0	1	1	0
c	0	1		1

i	a	b	c	f
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

# Příklad č.2 na procvičení

- $f(0,4,5,6,7,8,10,11,12,14,15)$
- $f = \bar{c}\bar{d} + \bar{a}b + ac$

			b		
			a		
		0	4	12	8
		2	6	14	10
		3	7	15	11
		1	5	13	9
c	d				

			b		
			a		
		1	1	1	1
		0	1	1	1
		0	1	1	1
		0	1	0	0
c	d				

i	A	B	C	D	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	1

# Příklad č.3 na procvičení

- $f(2,5,6,8,10,12,13,14)$
- $f = a\bar{d} + c\bar{d} + b\bar{c}d$

			b		
			a		
		0	4	12	8
		2	6	14	10
		3	7	15	11
		1	5	13	9
	c				
	d				

			b		
			a		
		0	0	1	1
		1	1	1	1
		0	0	0	0
		0	1	1	0
	c				
	d				

i	A	B	C	D	f
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0