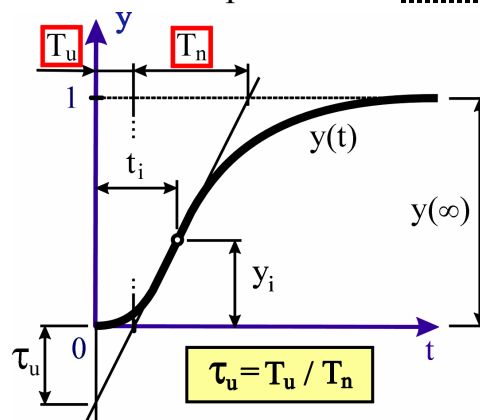


# Aproximace přechodových charakteristik metodou prof. Strejce

Zcela přesné určení dynamických vlastností reálných systémů je prakticky nemožné. Vyhodnocení přechodové charakteristiky se obvykle spojuje s **aproximací skutečných vlastností** dynamického systému vlastnostmi náhradního systému s předem zvolenou strukturou. Jedna z nejjednodušších a často používaná aproximace je v praxi dobře osvědčená metoda tečny v inflexním bodě přechodové charakteristiky  $h(t)$ . Touto metodou lze s dobrými výsledky aproximovat **stabilní statické** dynamické systémy s **minimální fází** **druhého a vyšších řádů bez kmitavých složek** ( bez

vlastních frekvencí ). Je to nejčastější případ regulovaných soustav, u nichž všechny póly přenosu ( kořeny charakteristické rovnice ) jsou **reálné záporné** a čitatelem přenosu je konstanta. Uvedená metoda se však dá rozšířit i na aproximaci dynamických systémů s dopravním zpožděním, viz bod 7, resp.12 dále uvedeného postupu. Pro účely aproximace je možné pracovat s odezvou zkoumaného systému  $y(t)$  vybuzeného z klidu **skokovou** změnou budicího signálu **libovolné velikosti**  $\Delta u$ , potom  $y(t) = h(t) \Delta u$ .

Navrhuje se skutečné vlastnosti systému aproximovat buď přenosem **n-tého řádu s vesměs stejnými časovými konstantami T** nebo přenosem **druhého řádu s různě velkými časovými konstantami  $T_1, T_2$** . Pro jeden nebo druhý způsob aproximace se rozhodneme podle úseku  $\tau_u = T_u / T_n$ , viz obr. 1. Vychází se ze skutečnosti, že přechodová charakteristika je v okolí inflexního bodu takřka přímková, takže lze tečnu v tomto bodě poměrně přesně určit.



obr. 1

## **Aproximační přenosy :**

$$F_a(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \quad \text{pro } \tau_u > 0,104$$

$$F_a(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \quad \text{pro } \tau_u < 0,104$$

## **Postup určení** aproximačního přenosu $F_a(s)$ :

1. Změřenou přechodovou charakteristiku, resp. odezvu  $y(t)$ , překreslíme v novém měřítku tak, aby se **ustálená hodnota rovnala jedné**.
2. Nakreslíme tečnu v odhadnutém inflexním bodě přechodové charakteristiky, určíme doby **průtahu**  $T_u$  a **náběhu**  $T_n$  a jejich poměr  $\tau_u = T_u / T_n$ .

3. **Je-li  $\tau_u > 0,104$**  zvolíme pro aproximaci systém **n-tého řádu se stejnými časovými konstantami T**. ( Pokud tato podmínka splněna není, pokračujeme podle bodu 8 ).
4. Podle hodnoty  $\tau_u$  určíme z tab.1 **nejbližší řád n** aproximačního přenosu a také příslušnou pořadnici  $y_i$  inflexního bodu.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_u$	0	0,104	0,218	0,319	0,410	0,493	0,570	0,642	0,709	0,771
$y_i$	0	0,264	0,323	0,353	0,371	0,384	0,394	0,401	0,407	0,413
$T_u / T$	0	0,282	0,805	1,425	2,100	2,811	3,549	4,307	5,081	5,861
$T_n / T$	1,000	2,718	3,695	4,463	5,119	5,699	6,226	6,711	7,144	7,590

tab. 1

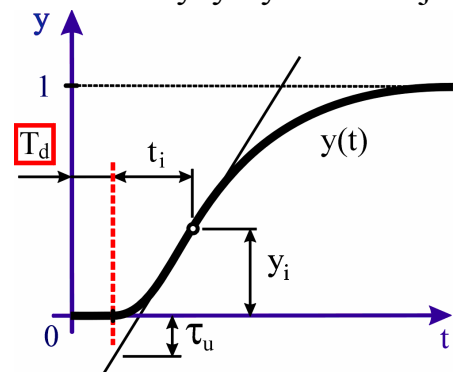
5. Z tab. 1 odečteme hodnotu podílu  $T_u / T$ , resp.  $T_n / T$  a určíme **časovou konstantu T**. Časovou konstantu lze určit také tak, že z tab. 1 odečteme pořadnici inflexního bodu  $y_i$  a z grafu přechodové charakteristiky určíme hodnotu  $t_i$ , potom  $T = t_i / (n - 1)$ . Doporučuje se, zejména v případech, kdy  $T_u$  je malá ( a je tedy určena s velkou relativní chybou ), vyjádřit hodnotu  $T$  všemi způsoby a uvažovat **vážený aritmetický průměr** s tím, že  $T$  odvozené z  $T_u$  bereme s **poloviční vahou**.
6. **Statické zesílení K** určíme jako podíl ustálených hodnot vybuzeného a budičího signálu

$$K = [ y(\infty) - y(0) ] / [ u(\infty) - u(0) ] = \Delta y / \Delta u$$

$\Delta y$  ... skutečný rozdíl fyzikální veličiny na výstupu dynamického systému  $\Delta y = y(\infty) - y(0)$

$\Delta u$  ... velikost realizovaného skoku skutečné fyzikální veličiny na vstupu systému, při kterém byla reakce měřena  $\Delta u = u(\infty) - u(0)$ .

7. Postup podle bodu 4. lze modifikovat i pro systémy **s dopravním zpožděním**  $T_d$ . Buď z konstrukce a matematicko-fyzikální analýzy systému objektu hodnotu dopravního zpoždění  $T_d$  známe a návrh modifikujeme podle obr. 2 nebo ke skutečně odečtenému  $\tau_{us}$  ( viz obr. 2 ) najdeme nejbližší nižší hodnotu  $\tau_u$  uvedenou v tab. 1 a  $T_d$  určíme. Další postup je naprosto stejný jako u systémů bez dopravního zpoždění s tím, že výsledný obrazový přenos aproximačního systému bude ve tvaru



$$F_a(s) = \frac{K}{(Ts + 1)^n} \cdot e^{-T_d s}$$

$T_d$  ... dopravní zpoždění

8. **Je-li  $\tau_u < 0,104$** , zvolíme pro aproximaci system druhého řádu s různě velikými časovými konstantami  $T_1, T_2$ . Vychází se z toho, že pro hodnotu pořadnice přechodové charakteristiky  $y(t_1) = 0,720$  je čas  $t_1$  určen pouze součtem časových konstant systému

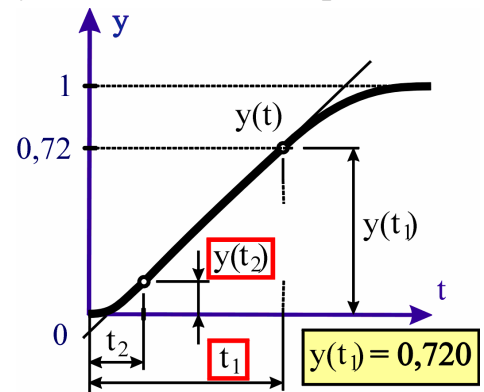
$$T_1 + T_2 = t_1 / 1,2564$$

Z grafu přechodové charakteristiky odečteme časový úsek  $t_1$  a součet  $(T_1 + T_2)$  vypočteme.

9. Naopak pro čas

$$t_2 = 0,3574 (T_1 + T_2) = 0,2845 t_1$$

jsou pořadnice přechodové charakteristiky  $y(t_2)$  nejvíce závislé na poměru časových konstant  $\tau_2 = T_2 / T_1$ . Závislost je uvedena v tab. 2



$y(t_2)$	0,30	0,29	0,28	0,27	0,26
$\tau_2$	0,0000	0,0228	0,0435	0,0635	0,0837
$y(t_2)$	0,25	0,24	0,23	0,22	0,21
$\tau_2$	0,1049	0,1280	0,1539	0,1838	0,2196
$y(t_2)$	0,20	0,19	0,18	0,17	0,1611
$\tau_2$	0,2639	0,3216	0,4031	0,5378	1,0000

tab. 2

Vypočteme  $t_2$ , z grafu přechodové charakteristiky odečteme  $y(t_2)$  a z tab. 2 určíme  $\tau_2 = T_2 / T_1$ .

10. Poměr  $\tau_2 = T_2 / T_1$  lze určit i jiným způsobem. V případě aproximačního přenosu uvažovaného typu nezávislejší  $\tau_u = T_u / T_n$  a  $y_i$  na velikosti časových konstant  $T_2$  a  $T_1$ , ale pouze na jejich poměru  $\tau_2 = T_2 / T_1$ . Závislosti jsou uvedeny v tab. 3.

$\tau_u = T_u / T_n$	0,016	0,030	0,050	0,062	0,072	0,084	0,092
$\tau_2 = T_2 / T_1$	0,02	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30	0,40
$y_i$	0,058	0,104	0,148	0,177	0,197	0,224	0,240
$\tau_u = T_u / T_n$	0,097	0,100	0,102	0,103	0,103	0,104	
$\tau_2 = T_2 / T_1$	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00	
$y_i$	0,250	0,256	0,260	0,263	0,264	0,264	

tab. 3

Z grafu přechodové charakteristiky odečteme  $T_u, T_n$  a vypočteme  $\tau_u = T_u / T_n$ , z tabulky tab. 3 určíme  $\tau_2 = T_2 / T_1$ .

Součet časových konstant lze stanovit poměrně přesně (viz bod 8), jejich poměr však pro  $\tau_2 \rightarrow 1$  z tab. 2, příp. tab. 3 jen dosti nepřesně. Proto pro

$\tau_2 > 0,5$  aproximujeme raději přenosem se stejnými časovými konstantami. Pokud vychází  $\tau_2$  podle bodů 9 a 10 různě, doporučuje se uvažovat jejich vážený aritmetický průměr, přičemž  $\tau_2$  určené z bodu 10 ( zatíženo větší relativní chybou ) s poloviční vahou.

11. Vzhledem k tomu, že jsme určili součet a poměr obou hledaných časových konstant  $T_1$  a  $T_2$  , můžeme jejich hodnoty z těchto vztahů vypočíst. Hodnotu statického zesílení  $K$  určíme stejně jako v bodu 6 .
12. Můžeme zřejmě i v tomto případě volit postup podle bodu 7. a zcela analogicky určit aproximační přenos s dopravním zpožděním a obrazovým přenosem ve tvaru

$$F_a(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} \cdot e^{-T_d s} \quad T_d \dots \text{dopravní zpoždění}$$

*Uvedená interpretace je volnou modifikací (JaJ) často používané aproximační metody, původně uvedené v [1] a citované v mnoha odborných publikacích, např. [2], [3], [4], [5], ... aj.*

Literatura :

- [1] Strejc, V.: O možnostech vyššího využití teorie regulace v praxi. Práce, Praha, 1958.
- [2] Strejc, V.: Approximation aperiodischer Übertragungscharakteristiken. Regelungstechnik 7 (1959), S. 124-128.
- [3] Hanuš, B.-Balda, M.-kol.: Základy technické kybernetiky I. /Skriptum/. VŠST/ČVUT, Liberec/Praha, 1979.
- [4] Kubík, S.-Kotek, Z.-Strejc, V.-Štecha, J.: Teorie automatického řízení I. SNTL/Alfa, Praha/Bratislava, 1982.
- [5] Janeček, J.-Modrlák, O.: Základy technické kybernetiky, příklady. /Skriptum/. VŠST, Liberec, 1990.

*JaJ, 10. 2000*

