

Výpočet impulsní funkce a přechodové funkce pro soustavu prvního řádu

Soustava zadaná pomocí „LDR“ lineární diferenciální rovnice

$$4y' + y(t) = u(t)$$

Postup:

- 1) Nalezení Laplaceova obrazu LDR

$$L\{4y' + y(t) = u(t)\}$$

$$4sY(s) + Y(s) = U(s)$$

- 2) Vytvoření „Přenosu“

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{4s + 1}$$

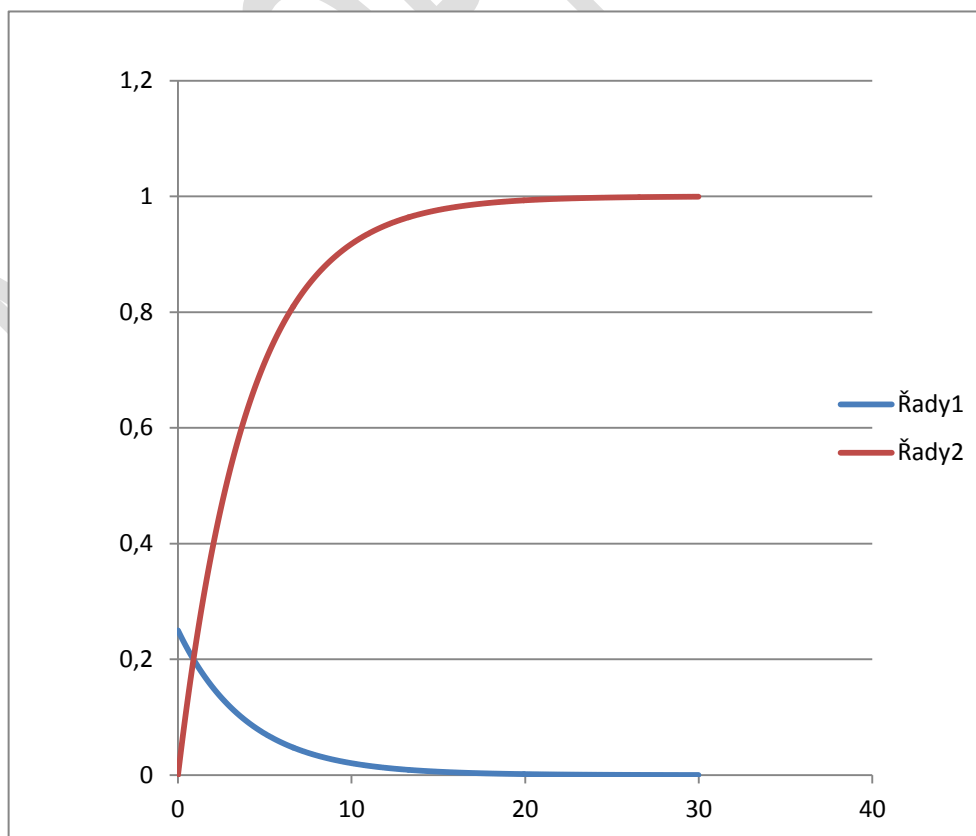
- 3) Nalezení řešení impulsní funkce $g(t)$ pomocí Laplaceova slovníku

$$g(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{4s + 1}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{4\left(s + \frac{1}{4}\right)}\right\} = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}t} = 0,25e^{-0,25t}$$

- 4) Nalezení řešení přechodové funkce $h(t)$ pomocí Laplaceova slovníku

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s(4s + 1)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{4s\left(s + \frac{1}{4}\right)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{4} * \frac{1}{s\left(s + \frac{1}{4}\right)}\right\} = \frac{1}{4} * \frac{1}{\frac{1}{4}} * \left(1 - e^{-\frac{1}{4}t}\right)$$
$$= 1 - e^{-0,25t}$$

- 5) Vykreslení impulsní a přechodové funkce



Výpočet impulsní funkce a přechodové funkce pro soustavu druhého řádu s různými kořeny

Soustava zadaná pomocí „LDR“ lineární diferenciální rovnice

$$2y'' + 3y' + y(t) = u(t)$$

Postup:

- 1) Nalezení Laplaceova obrazu LDR

$$L\{2y'' + 3y' + y(t) = u(t)\}$$

$$2s^2Y(s) + 3sY(s) + Y(s) = U(s)$$

- 2) Vytvoření „Přenosu“

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{2s^2 + 3s + 1} = \frac{1}{2(s - s_1)(s - s_2)}$$

- 3) Nalezení kořenů jmenovatele pomocí diskriminantu kvadratické rovnice

$$s_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 * 2 * 1}}{2 * 2}$$

$$s_1 = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$s_2 = -1$$

- 4) Výsledný přenos se známými kořeny jmenovatele

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{2s^2 + 3s + 1} = \frac{1}{2(s + 0,5)(s + 1)}$$

- 5) K nalezení řešení impulsní funkce $g(t)$ pomocí Laplaceova slovníku potřebujeme rozklad přenosu na parciální zlomky

$$g(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{2(s + 0,5)(s + 1)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_1}{(s + 0,5)} + \frac{K_2}{(s + 1)} \right\}$$

- 6) Nalezení čitatele parciálních zlomků

$$K_1 = \left\{ (s + 0,5) * \frac{1}{2(s + 0,5)(s + 1)} \right\}_{s=-0,5} = \left\{ \frac{1}{2(s + 1)} \right\}_{s=-0,5} = 1$$

$$K_2 = \left\{ (s + 1) * \frac{1}{2(s + 0,5)(s + 1)} \right\}_{s=-1} = \left\{ \frac{1}{2(s + 0,5)} \right\}_{s=-1} = -1$$

- 7) Nalezení řešení impulsní funkce $g(t)$ pomocí Laplaceova slovníku

$$g(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{2(s + 0,5)(s + 1)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{(s + 0,5)} - \frac{1}{(s + 1)} \right\} = e^{-0,5t} - e^{-t}$$

- 8) K nalezení řešení přechodové funkce $h(t)$ pomocí Laplaceova slovníku potřebujeme rozklad přenosu na parciální zlomky

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} * \frac{1}{2(s+0,5)(s+1)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{(s+0,5)} + \frac{K_3}{(s+1)} \right\}$$

$$K_1 = \left\{ s * \frac{1}{2s(s+0,5)(s+1)} \right\}_{s=0} = \left\{ \frac{1}{2(s+0,5)(s+1)} \right\}_{s=0} = 1$$

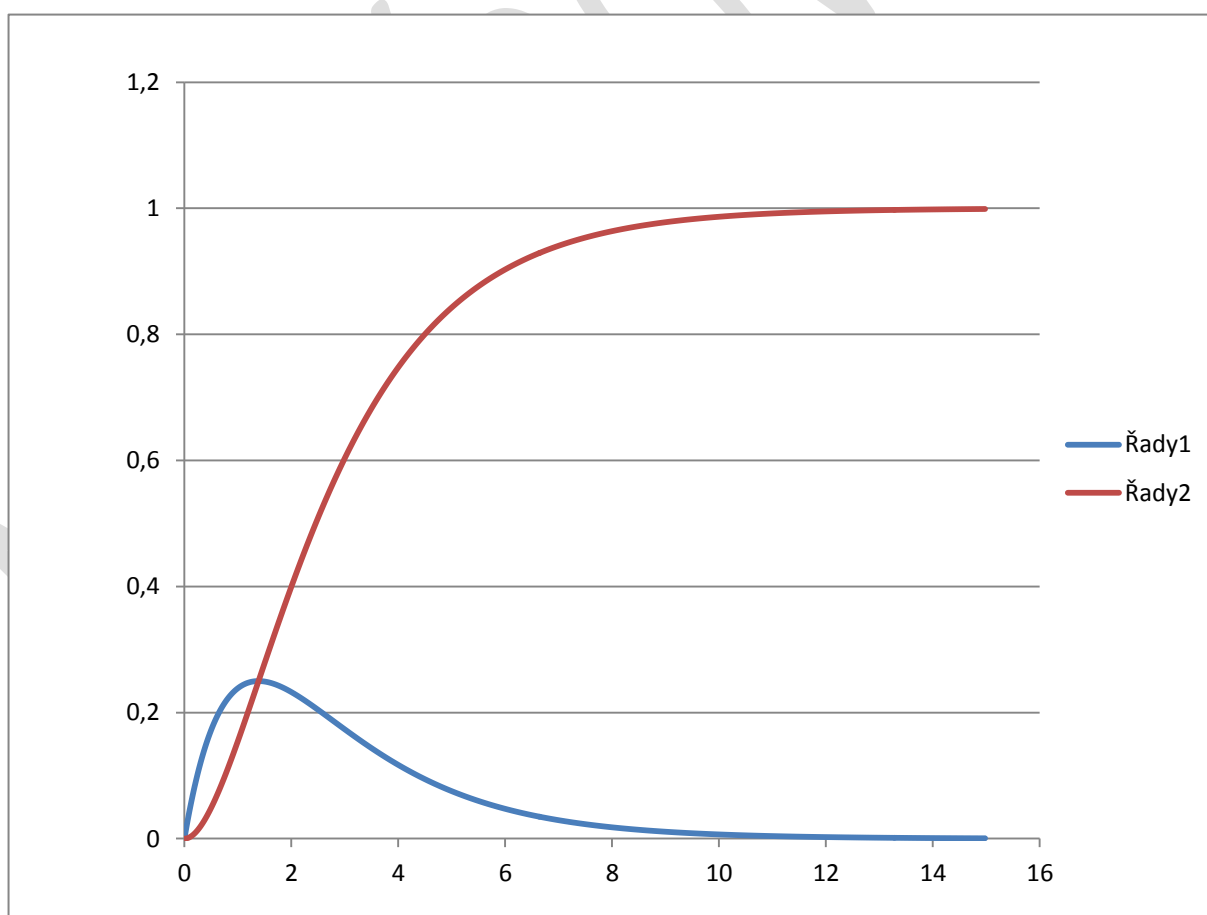
$$K_2 = \left\{ (s+0,5) * \frac{1}{2s(s+0,5)(s+1)} \right\}_{s=-0,5} = \left\{ \frac{1}{2s(s+1)} \right\}_{s=-0,5} = -2$$

$$K_3 = \left\{ (s+1) * \frac{1}{2s(s+0,5)(s+1)} \right\}_{s=-1} = \left\{ \frac{1}{2s(s+0,5)} \right\}_{s=-1} = 1$$

- 9) Nalezení řešení přechodové funkce $h(t)$ pomocí Laplaceova slovníku

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} * \frac{1}{2(s+0,5)(s+1)} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{2}{(s+0,5)} + \frac{1}{(s+1)} \right\} = 1 - 2e^{-0,5t} + e^{-t}$$

- 10) Vykreslení impulsní a přechodové funkce



Výpočet impulsní funkce a přechodové funkce pro soustavu druhého řádu se stejnými kořeny

Soustava zadaná pomocí „LDR“ lineární diferenciální rovnice

$$4y'' + 4y' + y(t) = u(t)$$

Postup:

- 1) Nalezení Laplaceova obrazu LDR

$$L\{4y'' + 4y' + y(t) = u(t)\}$$

$$4s^2Y(s) + 4sY(s) + Y(s) = U(s)$$

- 2) Vytvoření „Přenosu“

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{4s^2 + 4s + 1} = \frac{1}{4(s - s_1)(s - s_2)}$$

- 3) Nalezení kořenů jmenovatele pomocí diskriminantu kvadratické rovnice

$$s_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * 4 * 1}}{2 * 4}$$
$$s_{1,2} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

- 4) Výsledný přenos se známými kořeny jmenovatele

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{4s^2 + 4s + 1} = \frac{1}{4(s + 0,5)^2}$$

- 5) Nalezení řešení impulsní funkce g(t) pomocí Laplaceova slovníku

$$g(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{4(s + 0,5)^2}\right\} = \frac{1}{4}te^{-0,5t} = 0,25 * te^{-0,5t}$$

- 6) K nalezení řešení přechodové funkce h(t) pomocí Laplaceova slovníku potřebujeme rozklad přenosu na parciální zlomky

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s} * \frac{1}{4(s + 0,5)^2}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{K_1}{s} + \frac{C_1}{(s + 0,5)} + \frac{C_2}{(s + 0,5)^2}\right\}$$

$$K_1 = \left\{s * \frac{1}{4s(s + 0,5)^2}\right\}_{s=0} = \left\{\frac{1}{4(s + 0,5)^2}\right\}_{s=0} = 1$$

$$C_2 = \left\{(s + 0,5)^2 * \frac{1}{4s(s + 0,5)^2}\right\}_{s=-0,5} = \left\{\frac{1}{4s}\right\}_{s=-0,5} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

$$C_1 = \left\{\frac{d}{ds}\left[(s + 0,5)^2 * \frac{1}{4s(s + 0,5)^2}\right]\right\}_{s=-0,5} = \left\{\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{4s}\right]\right\}_{s=-0,5} = \left\{\left[\frac{-1}{4s^2}\right]\right\}_{s=-0,5} = -1$$

- 7) Nalezení řešení přechodové funkce h(t) pomocí Laplaceova slovníku

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s} - \frac{1}{(s + 0,5)} - \frac{0,5}{(s + 0,5)^2}\right\} = 1 - e^{-0,5t} - 0,5te^{-0,5t}$$

8) Vykreslení impulsní a přechodové funkce

