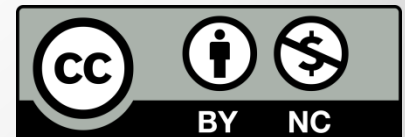


Úvod do automatizace 04

Nuly a póly přenosu systému



Matematické popisy dynamických soustav

- ✓ LDR – lineární diferenciální rovnice
- ✓ Přenos
 - **Nuly a póly přenosu systému**
 - Přenos ve tvaru časových konstant
 - Impulsní funkce a impulsní charakteristika
 - Přechodová funkce a přechodová charakteristika
 - Frekvenční přenos
 - Frekvenční charakteristika v komplexní rovině
 - Frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích

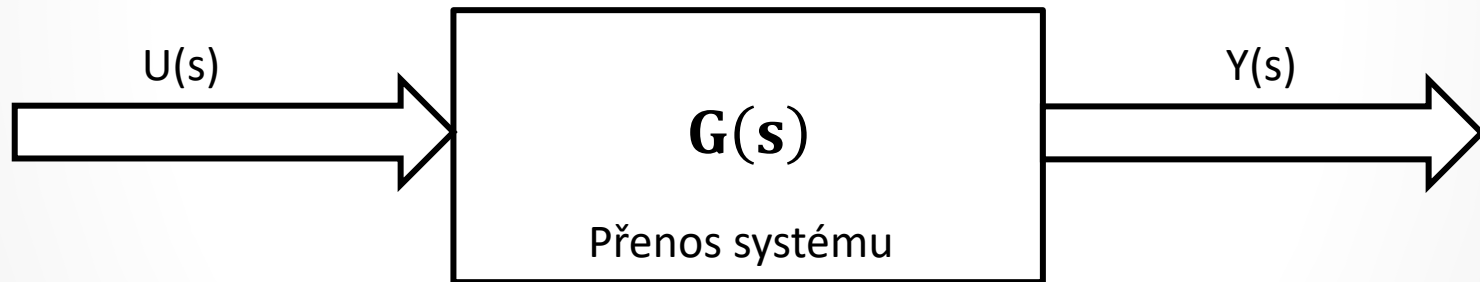


Matematické popisy dynamických soustav

- Nuly a póly přenosu systému

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \text{ přenos systému}$$

Nulové počáteční podmínky

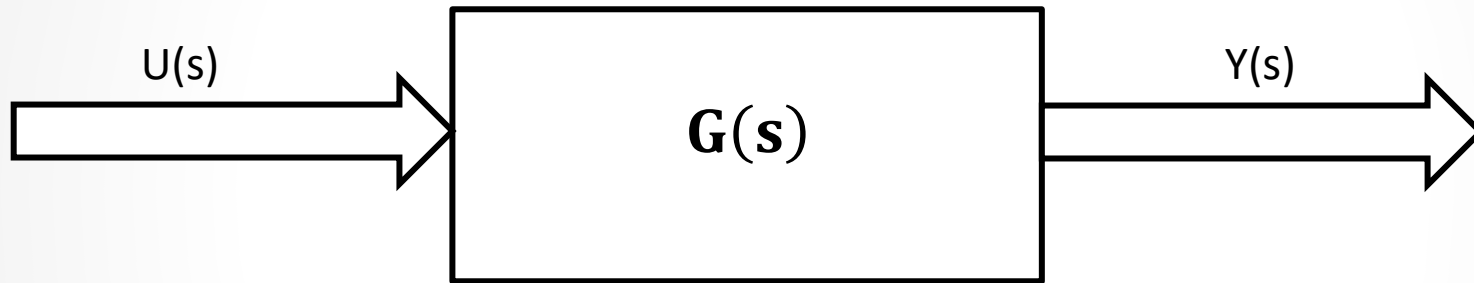


Laplaceův obraz vstupní funkce $u(t)$

Laplaceův obraz výstupní funkce $y(t)$

Matematické popisy dynamických soustav

- Nuly a póly přenosu systému



$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$

Nuly přenosu systému

$$G(s) = \frac{b_m (s - n_1)(s - n_2) \dots (s - n_m)}{a_n (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)}$$

Póly přenosu systému

$$G(s) = \frac{4s + 6}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$$

Nuly přenosu systému

$$G(s) = \frac{2^* (s + 1,5)}{1^* (s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

Póly přenosu systému

$$p_1 = -1 \quad p_2 = -2 \quad p_3 = -3$$

$$m = 1; n = 3; a_3 = 1; b_1 = 2$$

Matematické popisy dynamických soustav

- Nuly a póly přenosu systému– příklad č.1):

$$2y' + 6y(t) = 2u(t)$$

$$L\{2y' + 6y(t) = 2u(t)\}$$

$$2sY(s) + 6Y(s) = 2U(s)$$

$$Y(s)(2s + 6) = 2U(s)$$

$$2Y(s)(s + 3) = 2U(s)$$

$$Y(s)(s + 3) = U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s + 3}$$



Pól přenosu

$$p_1 = -3$$

Matematické popisy dynamických soustav

- Nuly a póly přenosu systému – příklad č.2):

$$2y'' + 8y' + 8y(t) = 10u(t)$$

$$L\{2y'' + 8y' + 8y(t) = 10u(t)\}$$

$$2s^2Y(s) + 8sY(s) + 8Y(s) = 10U(s)$$

$$2Y(s)(s^2 + 4s + 4) = 10U(s)$$

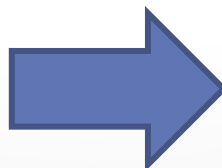
$$Y(s)(s^2 + 4s + 4) = 5U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{5}{s^2 + 4s + 4}$$

$$s_1 = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 * 4}}{2} = -2$$

$$s_2 = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 * 4}}{2} = -2$$

$$G(s) = \frac{5}{(s + 2)^2}$$



Póly přenosu

$$p_1 = -2 \quad p_2 = -2$$

Matematické popisy dynamických soustav

Nuly a póly přenosu systému – příklad č.3):

$$2y''' + 12y'' + 22y' + 12y(t) = 2u(t)$$

$$L\{2y''' + 12y'' + 22y' + 12y(t) = 2u(t)\}$$

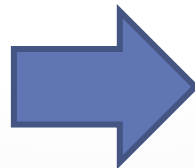
$$2s^3Y(s) + 12s^2Y(s) + 22sY(s) + 12Y(s) = 2U(s)$$

$$Y(s)[2s^3 + 12s^2 + 22s + 12] = 2U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$$

$$G(s) = \frac{2}{2(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$



Póly přenosu

$$p_1 = -1$$

$$p_2 = -2$$

$$p_3 = -3$$

Matematické popisy dynamických soustav

Nuly a póly přenosu systému – příklad č.4):

$$2y'''' + 12y''' + 22y'' + 12y'(t) = 4u'(t) + 6u(t)$$

$$L\{2y'''' + 12y''' + 22y'' + 12y'(t) = 4u'(t) + 6u(t)\}$$

$$2s^3Y(s) + 12s^2Y(s) + 22sY(s) + 12Y(s) = 4sU(s) + 6U(s)$$

$$Y(s)\{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12\} = U(s)(4s + 6)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4s + 6}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$$

$$G(s) = \frac{\cancel{2}(2s + 3)}{\cancel{2}(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$G(s) = \frac{2s + 3}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$m = 1; n = 3; b_1 = 2; a_3 = 1;$$

$$G(s) = \frac{2(s + 1,5)}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

Nula přenosu systému

$$n_1 = -1,5$$

Póly přenosu systému

$$p_1 = -1 \quad p_2 = -2 \quad p_3 = -3$$

Použitá literatura

[1] Ivan Švarc, Branislav Lacko, Ing. Zdeněk Němec, AUTOMATIZACE vydavatelství PC-DIR s.r.o 1995 **str. 42**