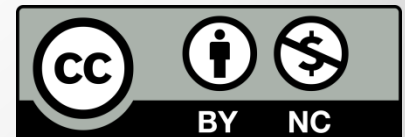


# Úvod do automatizace 05

Přenos systému ve tvaru časových konstant



# Matematické popisy dynamických soustav

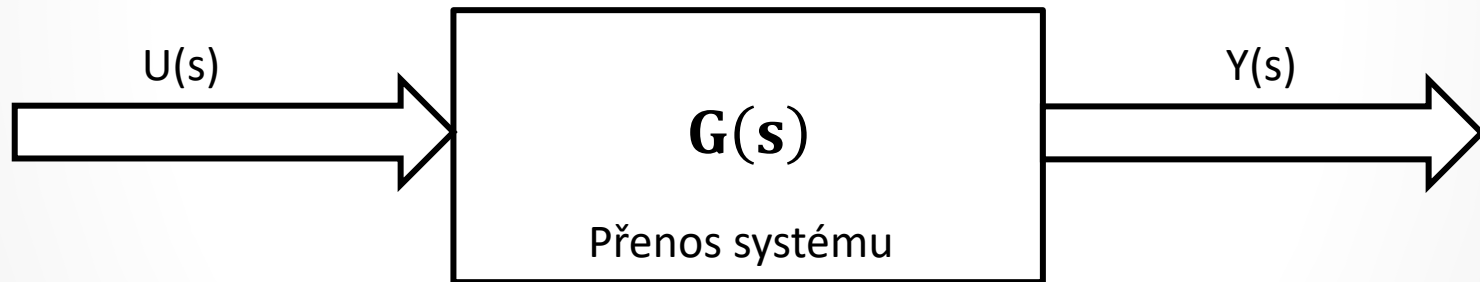
- ✓ LDR – lineární diferenciální rovnice
- ✓ Přenos systému
- ✓ Nuly a póly přenosu systému
- **Přenos systému ve tvaru časových konstant**
- Impulsní funkce a impulsní charakteristika
- Přechodová funkce a přechodová charakteristika
- Frekvenční přenos
- Frekvenční charakteristika v komplexní rovině
- Frekvenční charakteristiky v logaritmických souřadnicích

# Matematické popisy dynamických soustav

- Časové konstanty přenosu systému

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \text{ přenos systému}$$

Nulové počáteční podmínky



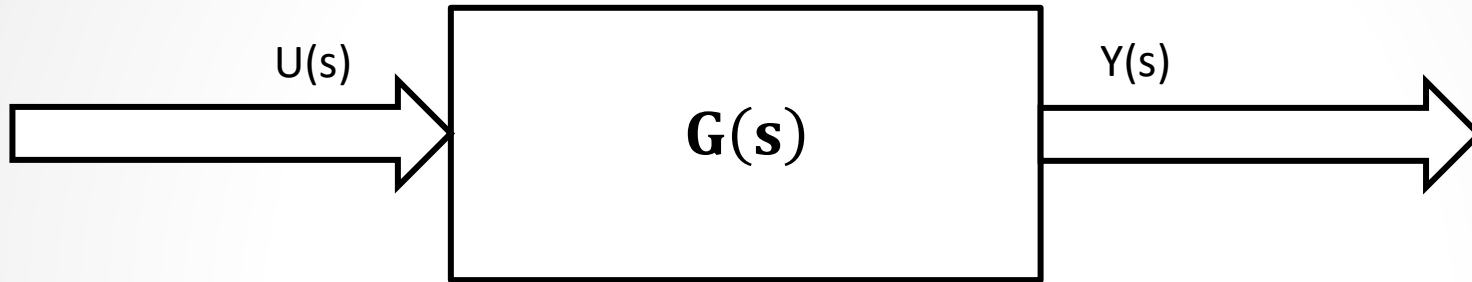
Laplaceův obraz vstupní funkce  $u(t)$

Laplaceův obraz výstupní funkce  $y(t)$

# dynamických soustav

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + a_{n-2} y^{(n-2)} + \dots + a_1 y' + a_0 y(t) = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \dots + b_0 u(t)$$

- Časové konstanty přenosu systému



$$G(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0}$$

$$G(s) = \frac{b_0 (\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1) * \dots (\tau_m s + 1)}{a_0 (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) * \dots (T_n s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{3s + 15}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12} = \frac{3(s + 5)}{2(s^3 + 6s^2 + 11s + 6)}$$

$$G(s) = \frac{3(s + 5)}{2(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$G(s) = \frac{5 \left(\frac{1}{5} s + 1\right)}{4(s + 1)(0,5s + 1) \left(\frac{1}{3} s + 1\right)}$$

$$n = 3; \quad m = 1; \quad a_0 = 4; \quad b_0 = 5$$

# Matematické popisy dynamických soustav

- Časové konstanty přenosu systému – příklad č.1:

$$2y' + 6y(t) = 2u(t) \xrightarrow{\text{Když pokrátíme hned}} y' + 3y(t) = u(t)$$

$$L\{2y' + 6y(t) = 2u(t)\}$$

$$L\{y' + 3y(t) = u(t)\}$$

$$2sY(s) + 6Y(s) = 2U(s)$$

$$sY(s) + 3Y(s) = U(s)$$

$$Y(s)(2s + 6) = 2U(s)$$

$$Y(s)(s + 3) = U(s)$$

~~$$Y(s)(s + 3) = U(s)$$~~

$$Y(s)(s + 3) = U(s)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s + 3)}$$

Konstanta zesílení

$$k = \frac{b_0}{a_0} = \frac{1}{3} \text{ [V]}$$

Časová konstanta

$$T_1 = \frac{1}{3} \text{ [s]}$$

$$G(s) = \frac{1}{3\left(\frac{1}{3}s + 1\right)} = \frac{\frac{1}{3}}{\left(\frac{1}{3}s + 1\right)} = \frac{k}{(T_1s + 1)}$$

# Matematické popisy dynamických soustav

- Časové konstanty přenosu systému – příklad č.2:

$$2y'' + 8y' + 8y(t) = 10u(t)$$

$$y'' + 4y' + 4y(t) = 5u(t)$$

$$L\{y'' + 4y' + 4y(t) = 5u(t)\}$$

$$s^2Y(s) + 4sY(s) + 4Y(s) = 5U(s)$$

$$Y(s)(s^2 + 4s + 4) = 5U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{5}{s^2 + 4s + 4}$$

$$s_1 = \frac{-4 + \sqrt{4^2 - 4 * 4}}{2} = -2$$

$$s_2 = \frac{-4 - \sqrt{4^2 - 4 * 4}}{2} = -2$$

$$G(s) = \frac{5}{(s + 2)^2}$$

$$G(s) = \frac{5}{4 \left(\frac{1}{2}s + 1\right)^2}$$

$$T = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ [s]}$$

$$k = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$G(s) = \frac{1,25}{(0,5s + 1)^2}$$

# Matematické popisy dynamických soustav

Časové konstanty přenosu systému – příklad č.3:

$$2y''' + 12y'' + 22y' + 12y(t) = 2u(t)$$

$$L\{2y''' + 12y'' + 22y' + 12y(t) = 2u(t)\}$$

$$2s^3Y(s) + 12s^2Y(s) + 22sY(s) + 12Y(s) = 2U(s)$$

$$Y(s)[2s^3 + 12s^2 + 22s + 12] = 2U(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$$

$$G(s) = \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

$$G(s) = \frac{1}{6(s+1)\left(\frac{1}{2}s+1\right)\left(\frac{1}{3}s+1\right)}$$

$$T_1 = 1$$

$$T_2 = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$T_3 = \frac{1}{3} = 0,\bar{3}$$

$$k = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$$

$$G(s) = \frac{0,1\bar{6}}{(s+1)(0,5s+1)(0,\bar{3}s+1)}$$

# Matematické popisy dynamických soustav

- Časové konstanty přenosu systému – příklad č.4:

$$2y'''' + 12y''' + 22y'' + 12y'(t) = 4u'(t) + 6u(t)$$

$$L\{2y'''' + 12y''' + 22y'' + 12y'(t) = 4u'(t) + 6u(t)\}$$

$$2s^3Y(s) + 12s^2Y(s) + 22sY(s) + 12Y(s) = 4sU(s) + 6U(s)$$

$$Y(s)\{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12\} = U(s)(4s + 6)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{4s + 6}{2s^3 + 12s^2 + 22s + 12}$$

$$G(s) = \frac{\cancel{2}(2s + 3)}{\cancel{2}(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$G(s) = \frac{2s + 3}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$G(s) = \frac{2 * (s + \frac{3}{2})}{(s + 1)(s + 2)(s + 3)}$$

$$G(s) = \frac{2 * \frac{3}{2} * (\frac{2}{3}s + 1)}{2 * 3 * (s + 1) (\frac{1}{2}s + 1) (\frac{1}{3}s + 1)}$$

$$T_1 = \mathbf{1}; \quad T_2 = \frac{1}{2} = \mathbf{0,5};$$

$$T_3 = \frac{1}{3} = \mathbf{0,\bar{3}} \quad \tau_1 = \frac{2}{3} = \mathbf{0,\bar{6}}$$

$$k = \frac{1}{2} = \mathbf{0,5}$$

$$G(s) = \frac{\mathbf{0,5(0,\bar{6}s + 1)}}{(s + 1)(\mathbf{0,5s + 1})(\mathbf{0,\bar{3}s + 1})}$$



# Cvičení na opakování

a) Vypočítej póly a nuly přenosu systému

b) Vypočítej časové konstanty přenosu systému

1)  $y' + 0,6y(t) = 0,2u(t)$

2)  $4y'' + 16y' + 16y(t) = 20u(t)$

3)  $4y'' + 12y' + 8y(t) = 10u(t)$

4)  $3y'' + 12y' + 9y(t) = u(t)$

5)  $10y'' + 3y' + 0,2y(t) = 10u(t)$

6)  $2y'' + 0,6y' + 0,04y(t) = 10u(t)$

## Použitá literatura

[1] Ivan Švarc, Branislav Lacko, Ing. Zdeněk Němec, AUTOMATIZACE vydavatelství PC-DIR s.r.o 1995 **str. 42**